

SUOMEN PINTA-ALOISTA JA PAINOPISTEISTÄ

Onni Kukkonen ja Reino Ruotsalainen

1) Johdanto ja tavoite: määrittää Suomen pinta-ala ja painopiste (2D- ja 3D-koordinaatistoissa)

Tärkeä lähtökohta on, että määrittäjillä on sama, tarkka käsitys valtakunnan rajoista. Näin ei valitettavasti ole, vaan ainakin Ruotsin rajaan liittyy epämääräisyyttä merellä. Tarpeeksi luotettavaa ja tarkkaa rajan koordinaattilähdettä ei löydetty, joten rajapolygoni jouduttiin kokoamaan useasta parhaaksi arvioidusta lähteestä. Suomea rajaavassa monikulmiossa on noin 26752 kulmapistettä, joten siihen mahtuu helposti inhimillisiä virheitäkin. Toiseksi pitäisi tarkasti sopia, millaista interpolointia kulmapisteiden välillä käytetään (lineaarinen interpolaatio projektiotasolla, lineaarinen interpolaatio maastossa, lyhin etäisyys ellipsoidipinnalla vai loxodromi).

Suomen pinta-alasta on monenlaisia käsityksiä eri lähteissä: esim.

- Wikipedia: 338 465 km²
- Tilastokeskus: 390 905 km²
- MML:n tilasto 1.1.2020: 390 908,62 km²
- MML:n tilasto 1.1.2021: 390 905,33 km²
- Google-haku 33 844 000 ha

Jo tällä perusteella näyttää ilmeiseltä, että pinta-alaan pitäisi aina liittyä metatieto, mitä pinta-alalla kulloisessakin tapauksessa tarkoitetaan ja miten lukuarvo on saatu.

Suomen keskipistettä on aikojen saatossa määritetty monella tavalla sekä analogisesti että laskennallisesti. Tavallisesti laskenta on tehty jossakin tasoprojektiossa monikulmion painopisteenä. Projektio kuitenkin vääristää sekä pinta-alaa että painopistettä suurestikin projektion valinnasta riippuen. Parasta olisi siis määrittää painopiste 3D-koordinaatistossa, mikä komplisoi laskentaa huomattavasti.

2) Algoritmit:

- a. Koordinaattimuunnokset: tavanomaisesti käytettyjen koordinaatistojen väliset muunnokset on kuvattu julkisen hallinnon suosituksessa (JHS 197 liite 2)
https://www.suomidigi.fi/sites/default/files/2020-07/JHS197_liite2.doc
- b. 3D-geodesia: eräs parhaita kolmiulotteisen geodesian kuvauksista löytyy TKY:n opetusmonisteesta n:o 305/1972: R.A. Hirvonen: Matemaattinen geodesia, ss. 121-172
- c. Pinta-alanlaskenta:
 1. Projektiotasolla tapahtuvasta monikulmion pinta-alanlaskennasta löytyy selvitys Wikipediasta: <https://fi.wikipedia.org/wiki/Monikulmio>
 2. Ellipsoidilla tapahtuva pinta-alanlaskenta on huomattavasti monimutkaisempaa. Sitä on kuvannut hyvin Charles F. F. Karney kirjoituksessaan: [Algorithms for geodesics](#), J. Geodesy **87**(1), 43–55 (Jan. 2013); DOI: [10.1007/s00190-012-0578-z](https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z) (pdf); addenda: [geod-addenda.html](https://www.gfdl.org/addenda/geod-addenda.html).
 3. Pyörähdysellipsoidivyöhykkeen pinta-alan laskemiseksi R.A. Hirvonen antaa näppärän kaavan opetusmonisteessaan: Matemaattinen geodesia, s. 43
- d. Painopisteen laskenta: Wikipedia tekee hyvin selkoa painopisteen käsitteestä: [https://fi.wikipedia.org/wiki/Painopiste_\(geometria\)](https://fi.wikipedia.org/wiki/Painopiste_(geometria))
 1. Monikulmion painopiste projektiotasolla on laskettavissa helposti samalla kuin pinta-alakin: <https://fi.wikipedia.org/wiki/Monikulmio>
 2. Vertausellipsoidilla alueen painopiste voidaan laskea jakamalla alue kapeisiin leveyspiiriin suuntaisiin vyöhykkeisiin, jolloin kunkin kapean kaistaleen painopiste voidaan laskea ympyränkaaren painopisteenä:
Ympyränkaaren, jota vastaavan keskuskulman suuruus (radiaaneissa) on 2ϑ , massakeskipiste sijaitsee kaaren symmetria-akselilla ja sen etäisyys ympyrän keskipisteestä on $r \cdot \sin(\vartheta)/\vartheta$, missä r on ympyrän säde.

3. PyörähdySELLIPSOIDIN pintaPALALLE voitaisiin johtaa painopisteen laskentakaava, mutta tätä emme valitettavasti jaksaneet tehdä.

3) Käytetyt ohjelmistot:

Työssä käytettiin lähinnä seuraavia ohjelmistoja ja ohjelmointikieliä:

- a. MS Excel ja Visual Basic for Applications-kielellä kirjoitettuja apuohjelmia

Kannattaa ohjelmoida koordinaattimuunnokset ja pyörähdySELLIPSOIDIN alanlasku funktioiksi, jolloin niitä on helppo käyttää taulukkolaskennassa. Tällaisia ovat esim. muunnokset: (parametreina myös karttaprojektiosuureet)

(E,N) \leftrightarrow (LAT,LON)

(LAT,LON,H) \leftrightarrow (XYZ)

- b. QGIS ja sen lisäosat:

Jokamiehen ilmaisena GIS-ohjelmana käytettiin QGIS v.3.16 (Hannover), johon sisältyy myös GRASS- ja SAGA-lisäosia. Ohjelma oli erityisen hyödyllinen visuaalisissa tarkistuksissa ja rasteritasojen käsittelyssä. Oikeaa pinta-alanlaskentaa ellipsoidilla ei kuinkaan tästä sovelluksesta löydetty.

- c. Paikkatietoikkunan koordinaattimuunnokset: www.paikkatietoikkuna.fi

4) Datan hankinta ja lähteet:

- a. Valtakunnanraja (ja siihen liittyvä juridiikka)

1. Suomen alumeren ulkorajaa määrittävät seuraavat lähteet:

<https://www.finlex.fi/fi/laki/ajantasa/1956/19560463> ja

<https://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/1995/19950993> Asetuskin on hieman

ristiriidassa koordinaattien ja etäisyyksien suhteen. Koordinaattijärjestelmä on KKI ja vertausellipsoidina Hayfordin kansainvälinen ellipsoidi. Taitepisteiden välinen interpolointi on tehtävä geodeettista viivaa käyttäen.

https://finlex.fi/fi/sopimukset/sopsteksti/1973/19730007/19730007_2

<https://www.riksdagen.se/sv/dokument-lagar/dokument/svensk-forfattningssamling/lag-20171272-om-sveriges-sjoterritorium-och-sfs-2017-1272>

Peruskartalle merkitty valtakunnanraja poikkeaa Väyläviraston määrittämästä alumeren ulkorajasta Märketin pohjoispuolella. Tässä työssä käytettiin aluksi MML:n tulkintaa rajasta.

2. Ruotsin raja Torniojoessa (huom. Ruotsin puolella olevia suvereniteettisaaria ei katsottu valtakuntaan kuuluviksi. Ks. <https://fi.wikipedia.org/wiki/Suvereniteettisaaret>)

https://www.maanmittauslaitos.fi/sites/maanmittauslaitos.fi/files/Suomen_valtakunnanrajat/FIN-SWE_Valtakunnanraja_Riksgr%C3%A4nsen_2006/FIN-SWE_Rajamerkit_Grensem%C3%A4rkena.pdf

3. Norjan raja:

https://www.maanmittauslaitos.fi/sites/maanmittauslaitos.fi/files/Suomen_valtakunnanrajat/FIN-NOR_Valtakunnanraja_Riksgrensen_2000/FIN-NOR_Rajamerkit_Grensemerkene.pdf

4. Venäjän raja:

https://www.maanmittauslaitos.fi/sites/maanmittauslaitos.fi/files/Suomen_valtakunnanrajat/FIN-RUS_Valtakunnanraja_2017/FIN-RUS%20Sis%C3%A4llysluettelo%20Inneh%C3%A5ll.pdf

- b. Suomen geoidimalli on annettu pohjoissuunnassa 2 kulmaminuutin välein ja itä-länsisuunnassa 4 kulmaminuutin välein:

<https://www.maanmittauslaitos.fi/sites/maanmittauslaitos.fi/files/fgi/GLtiedote29.pdf>

<https://www.maanmittauslaitos.fi/kartat-ja-paikkatieto/asiantuntevalle-kayttajalle/koordinaattimuunnokset#geoidimallit>

- c. Suomen korkeusmallista on tarjolla useita vaihtoja. Valitsimme näistä korkeusvyöhykemallin 128 m ruuduin ja korkeusmallin 10 m ruuduin:

<https://www.maanmittauslaitos.fi/kartat-ja-paikkatieto/asiantuntevalle->

[kayttajalle/tuotekuvaukset/korkeusmalli-10-m https://www.maanmittauslaitos.fi/kartat-ja-paikkatieto/asiantuntemvalle-kayttajalle/tuotekuvaukset/korkeusvyohykkeet](https://www.maanmittauslaitos.fi/kartat-ja-paikkatieto/asiantuntemvalle-kayttajalle/tuotekuvaukset/korkeusvyohykkeet) Vieläkin

tarkempi malli olisi tarjolla 2 m ruuduin, mutta hirmuisen datamäärän takia jo 10 m mallinkin hyödyntäminen tuotti huomattavia vaikeuksia, kun joustavaa massamaista korkeuksien hakua ei ollut käytettävissä.

5) Laskentateknisiä ongelmia ja kokemuksia:

a. Kapasiteettirajoitukset:

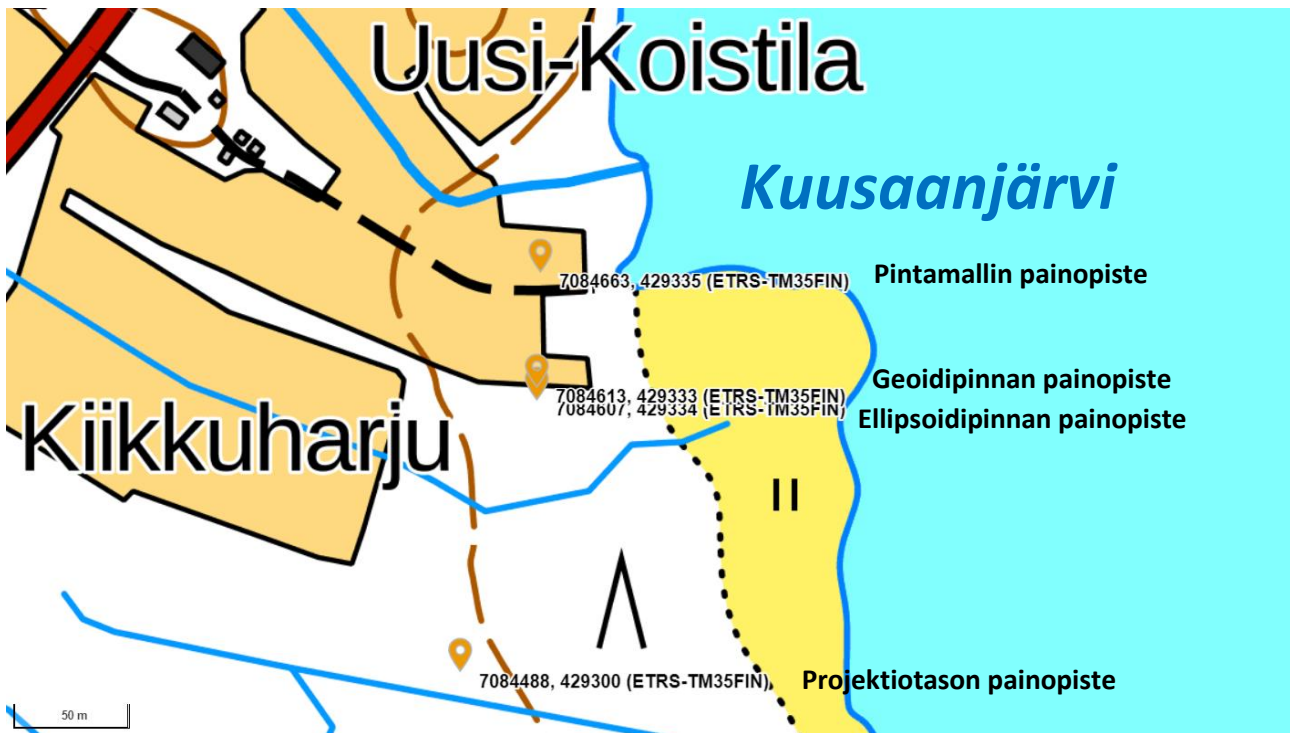
1. Excelin käyttöä rajoittaa se, että laskenta-arkilla voi olla enintään 1 048 576 riviä ja 16 384 saraketta. Jos soluissa on vaativia laskusääntöjä, isojen taulukkojen laskenta tukehtuu automaattilaskennan ollessa päällä.
2. Korkeuksien haussa 10 m korkeusmallista törmättiin vaikeuksiin, kun palveluja korkeuksien interpolointiin suurilla datamäärillä ei löydetty. Ns. kapsi-palvelusta saatiin kerrallaan vain noin 30000 pisteen korkeus.
3. Myös Paikkatietoikkunan koordinaattimuunnospalvelu rajoittuu noin 20000 pisteeseen, mutta nämä muunnokset on helppo tehdä itsekin.

b. Laskennan suoritus ja kesto / volyymi

1. Pinta-alanlaskenta projektiotasolla Excelillä: muunnos (LAT,LON)→projektiokoordinaatit, monikulmion pinta-ala koordinaateista
2. Painopisteen laskenta projektiotasolla Excelillä: jatketaan pinta-alanlaskennasta monikulmion painopisteen laskentaan
3. Pinta-alanlaskenta ellipsoidilla Excelin makrofunktioilla: Karneyn algoritmeja soveltaen
4. Ellipsoidipinnan painopisteen laskenta Excelin makroja soveltaen: jaetaan maa kapeisiin (20 m) leveysvyöhykkeisiin ja lasketaan kunkin vyöhykkeen ja valtakunnanrajan leikkauspisteet, joita voi olla useita; lajitellaan kaistat nousevasti ja lasketaan kunkin vyöhykkeen painopiste kaavalla 2d (ympyränkaaren painopiste); lasketaan vyöhykkeiden painopisteiden keskiarvo 3D-koordinaatistossa vyöhykkeen pituudella painotettuna
5. Geoidipinnan painopisteen laskenta Excel-makroilla: jaetaan edellisessä kohdassa mainitut vyöhykkeet 20 m ruutuihin, joille haetaan nopealla rutiinilla geoidimallista korkeudet kullekin 20 m ruudulle ja lasketaan ruutujen (977285543 kpl) 3D-koordinaattien keskiarvo; laskenta kestää tavisi-PC:llä lähes koko päivän
6. Pintamallin painopisteen laskenta tehtiin a-kohdan mukaisella tavalla: a) Kuten geoidipinnan laskenta, mutta lisätään ruutujen korkeus haettuna 128 m korkeusvyöhykemallista QGIS-ohjelman avulla, b) Korkeudet haetaan 10 m korkeusmallista, jolloin ne saadaan paljon tarkemmin; molempien tapojen ongelmana on datan suuri määrä. Tarkempaa tapaa (b) ei saatu toteutetuksi.

6) Tulokset (numeroina ja kartalla): Suomen keskipiste sukelsi yli 8 km syvyyteen

Pinta	Suomi		Painopisteen koordinaatit		Korkeus	
	Pinta-ala km ²	E (TM35FIN)	N (TM35FIN)	N2000	Huom.	
ETRS-TM35FIN	390815,0	429299,4	7084487,9		Projektiotasolla	
ETRS-GK27	391127,8	429299,4	7084487,9		Projektiotasolla	
LAEA	390900,5	428462,9	7084195,7		Projektiotasolla	
LCC	387893,4	431254,3	7094829,2		Projektiotasolla	
Ellipsoidi GRS80	390899,5	429333,4	7084606,8	-8493,0	20 m vyöhykkein	
Geoidipinta	390901,9	429333,3	7084612,4	-8474,4	20 m ruuduin	
Korkeusmalli		429334,9	7084662,8	-8343,5	200 m ruuduin	



7) Mitä opimme tästä?

Eläkeläiskokemuksena projekti oli sängen antoisa ja dementiaa torjuva. Kokemukset voidaan tiivistää opeiksi vaikkapa seuraavaan tapaan:

- Pinta-ala on semanttinen kysymys. On ensin määriteltävä tarkoin, mitä pinta-alalla tarkoitetaan ja kerrottava tuloksen synty metatiedoin. Valtakunnan pinta-alatilaston määritelmää ei ole metatiedoin kuvattu. Ellipsoidipinnalla laskettu pinta-ala poikkeaa selvästi tilaston pinta-alasta. Pinta-ala voidaan määritellä mm. seuraavin periaattein:
 - Vertausellipsoidin pinnalla geodeettisin viivojen rajattu alue; Pohjanlahdella myös loxodromi saattaa tulla kysymykseen interpolointitapana
 - Geoidipinnalla rajattu alue, jonka interpolointitavasta on sovittava
 - Tasolle projisoidun monikulmion pinta-alana (lineaarinen interpolointi tai myös geodeettiset viivat projisioituna)
 - 3D-koordinaatiston tasossa olevan monikulmion pinta-alana.
- Suomen rajojen tarkat koordinaatit eivät ole kovinkaan helposti kerättävissä. Lähteitä on paljon ja ne ovat osittain tulkinnanvaraisia. On mahdollista, että aineistoissa on jopa pieniä virheitä.
- Aluemerirajojen juridisen määrittelyn tulkitseminen matemaattisesti on hieman haasteellista (jopa ristiriitaistakin).
- MML:n ja Väyläviraston käsitys aluemerien ulkorajasta poikkesi toisistaan Märketin pohjoispuolella.
- Ruotsi on kiinnittänyt lainsäädännöllään Märketin pohjoispuolella olevia rajapisteitä ilmeisesti Suomea kuulematta.
- Maa-alueiden rajojen interpolointimenettelystä ei löydetty tarkkaa määrittelyä (miten raja tarkkaan ottaen kulkee rajapisteiden välillä).
- QGIS-ohjelmasta ei löydetty tarkkaa arvoa pinta-alaksi ellipsoidilla. Luultavasti ohjelma ei osaa laskea sitä oikein. Parannusta on odotettavissa GRASS-ohjelmiston kautta. Niinpä pinta-ala ellipsoidilla laskettiin Karneyn kuvailemalla tavalla.
- Geoidipinnan ja pintamallin painopisteen laskenta on tehty jakamalla maa pieniin ruutuihin ja laskemalla tulos ruutujen painopisteiden keskiarvona (3D-koordinaatistossa). Tällainen menettely on likimääräinen ja pisteistön jakauma pitää olla ehdottoman tasavälinen (ei projektiotasolla!). Tulos tarkentuu ruutukokoa pienentäen. Geoidipinnan painopiste laskettiin tämän vuoksi liki miljardilla pisteellä.

- i. Point-in-polygon -rutiinit eivät ole massakäytössä riittävän tehokkaita, kun monikulmiossa on yli 20000 pistettä. Miljoonien pisteiden kysely kestäisi iäisyyden. Tämän vuoksi ko. rutiineja ei voinut käyttää.
- j. Käytettävissä ei ollut riittävän nopeaa ja tarkkaa menetelmää ruutujen korkeuden hakemiseksi. Nopein tapa oli käyttää korkeusvyöhykemallien antamia korkeuksia. Korkeusvyöhykemalli ei anna yhtä tarkkaa korkeutta kuin varsinaisesta korkeusmallista olisi saatavissa. Pintamallin painopisteen laskentaa voisi vielä tarkentaa, jos käytettävissä olisi riittävän tehokas korkeustietojen kyselypalvelu.
- k. Ylipäänsäkin korkeustietojen kyselypalvelu tuntuu vielä olevan lapsenkengissään Suomessa. Pekka Variksen palvelun (<http://gpspekka.kapsi.fi/>) periaate on hyvä, mutta kapasiteetti ihan liian rajallinen isoille kyselyille.